

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ : ΑΛΓΕΒΡΑ / Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29 / 11 / 2025

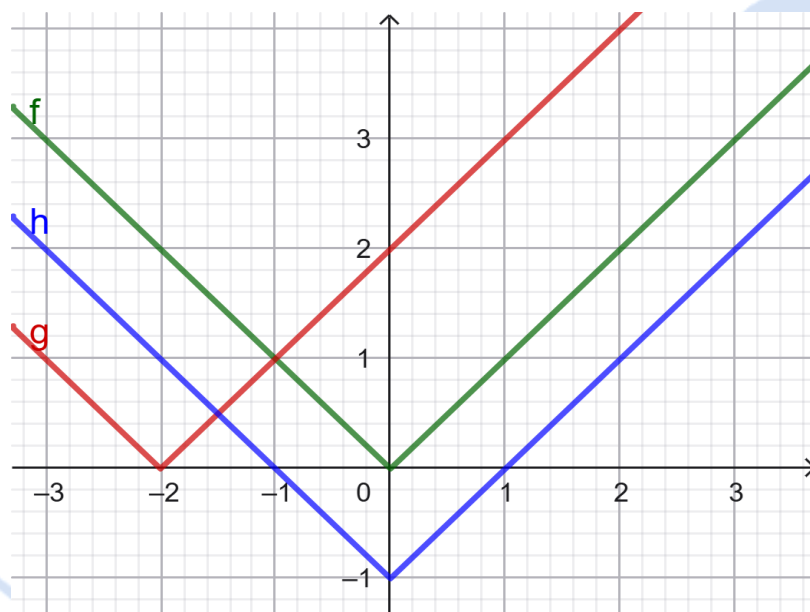
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελ. 60.

A2. Σχολικό βιβλίο σελ. 33.

A3. (i)



(ii) (α) Ψ

(β) Θα πρέπει να υπάρχει γωνία ω για την οποία να ισχύει: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$,
δηλαδή: $0^2 + 0^2 = 1$, $0 = 1$ που είναι άτοπο.

A4. i. Λάθος ii. Σωστό iii. Λάθος iv. Λάθος v. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1. $2x - 3y = -6$ (1)

$4x + y = 16 \Leftrightarrow 12x + 3y = 48$ (2)

Προσθέτοντας κατά μέλη τις εξισώσεις (1) και (2) προκύπτει: $14x = 42 \Leftrightarrow x = 3$

Αντικαθιστώντας στη (2) έχουμε:

$4x + y = 16 \Leftrightarrow 12 + y = 16 \Leftrightarrow y = 4$

Επομένως, η λύση του συστήματος είναι $(x,y) = (3,4)$.

B2. Είναι $\eta\mu\omega = \frac{3+4}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$, για τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1 - \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\omega = \pm\sqrt{\frac{3}{4}} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{όπου } \frac{\pi}{2} < \omega < \pi, \text{ άρα } \sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ ακόμη } \epsilon\phi\omega = -\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{και } \sigma\phi\omega = -\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = -\sqrt{3}.$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\mathbf{Γ1. (i)} \quad A = \frac{\eta\mu\omega(-\sigma\upsilon\nu\omega)(-\epsilon\phi\omega)}{\eta\mu\omega \cdot \eta\mu\omega} = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}}{\eta\mu\omega} = \frac{\eta\mu\omega}{\eta\mu\omega} = 1.$$

$$B = 5(\eta\mu^2 40^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 40^\circ) - 2\epsilon\phi 20^\circ \cdot \sigma\phi 20^\circ = 5 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 3.$$

$$\mathbf{(ii)} \quad f(x) = (A \cdot \sigma\upsilon\nu\pi)x^5 + \left(B \cdot \epsilon\phi\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)x = 1 \cdot (-1)x^5 + 3 \cdot (-1)x = -x^5 - 3x.$$

Άρα $f(x) = -x^5 - 3x$. Οπότε για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $-x \in \mathbb{R}$,

$$f(-x) = -(-x)^5 - 3(-x) = -(-x^5 - 3x) = -f(x). \text{ Άρα, η } f \text{ είναι περιττή.}$$

Γ2. Για κάθε x_1, x_2 στο \mathbb{R} , με $x_1 < x_2$ είναι $x_1^5 < x_2^5$ και $-x_1^5 > -x_2^5$. Ακόμη $-3x_1 > -3x_2$,

προσθέτουμε κατά μέλη τις ανισότητες και προκύπτει $-x_1^5 - 3x_1 > -x_2^5 - 3x_2$,

οπότε $f(x_1) > f(x_2)$, επομένως η f είναι γνησίως φθίνουσα.

Πρόσημο της παράστασης:

$$\Gamma = f(\sqrt{2}) - f(\sqrt{3}) + \epsilon\phi 200^\circ > 0, \text{ αφού } \epsilon\phi 200^\circ > 0 \text{ (3}^\circ \text{ τεταρτημ.) και } f(\sqrt{2}) - f(\sqrt{3}) > 0,$$

επειδή $\sqrt{2} < \sqrt{3}$ και f γνησίως φθίνουσα, άρα $f(\sqrt{2}) > f(\sqrt{3})$.

$$\Gamma 3. \frac{1}{\sin x} - \frac{\sin(-x)}{1+\eta\mu(\pi-x)} - \epsilon\phi(\pi+x) = \frac{1}{\sin x} - \frac{\sin x}{1+\eta\mu x} - \epsilon\phi x =$$

$$\frac{1+\eta\mu x - \sin^2 x - \eta\mu x \cdot (1+\eta\mu x)}{\sin x \cdot (1+\eta\mu x)} = \frac{1 - (\eta\mu^2 x + \sin^2 x)}{\sin x \cdot (1+\eta\mu x)} = 0.$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $f(5) = 2\sqrt{3}\sin(-30^\circ) \Leftrightarrow \sqrt{5\alpha-1} + 1 = 2\sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{5\alpha-1} = 2 \Leftrightarrow \alpha = 1.$

Οπότε $f(x) = \sqrt{x-1} + 1$, με $x \geq 1$.

Δ2. (i) $\sqrt{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} + 1 \geq 1 \Leftrightarrow f(x) \geq f(1)$, αφού $f(1) = \sqrt{1-1} + 1 = 1$.

Άρα η f παρουσιάζει ελάχιστο για $x = 1$, το $f(1) = 1$.

(ii) Για κάθε x_1, x_2 στο $[1, +\infty)$, με $x_1 < x_2$ είναι $x_1 - 1 < x_2 - 1$ και $\sqrt{x_1 - 1} < \sqrt{x_2 - 1}$,
οπότε $\sqrt{x_1 - 1} + 1 < \sqrt{x_2 - 1} + 1 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$, επομένως η f είναι γνησίως
αύξουσα στο $[1, +\infty)$.

Δ3 (i) Η g προκύπτει με 2 διαδοχικές μετατοπίσεις της γραφικής παράστασης της f ,
κατά 1 μονάδα αριστερά και 3 μονάδες προς τα επάνω, άρα:

$$g(x) = f(x+1) + 3 = \sqrt{x-1+1} + 1 + 3 = \sqrt{x} + 4, \quad x \geq 0$$

(ii) Για κάθε $x \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} + 4 \geq 4 \Leftrightarrow g(x) \geq g(0)$.

Η g παρουσιάζει ελάχιστη τιμή για $x_0 = 0$ την $g(0) = 4$, ενώ η συνάρτηση $\eta\mu x$
έχει μέγιστη τιμή το 1, η οποία **δεν** παρουσιάζεται για $x_0 = 0$.

Επομένως, η εξίσωση $g(x) = \eta\mu x$, δεν έχει λύση.